

# MÔ HÌNH MÀU XÁM DỰ BÁO LÚN VỚI KHOẢNG THỜI GIAN QUAN TRẮC KHÔNG ĐỀU

TS. PHẠM QUỐC KHÁNH  
Trường Đại học Mỏ-Địa chất

## 1. Mở đầu

Trong phân tích và dự báo biến dạng công trình quan trọng nhất là xác định mức độ biến dạng, bảo đảm tính an toàn của công trình. Do tính đa dạng và tính phức tạp của công trình biến dạng nên có rất nhiều phương pháp nghiên cứu, ở góc độ biến dạng theo xu thế và có ít số liệu quan trắc thì mô hình lý thuyết màu xám (Grey Model) là mô hình thích hợp và có khả năng ứng dụng cao[1].

Mô hình dự báo biến dạng là một phần quan trọng trong lý thuyết hệ thống màu xám, được ứng dụng rộng rãi nhất là mô hình GM(1,1)[5,6,7]. Tuy nhiên, mô hình GM(1,1) nguyên thủy yêu cầu dãy số liệu quan trắc đầu vào phải được đo với khoảng thời gian đều nhau giữa các chu kỳ.

Trên thực tế điều này rất khó thực hiện, đặc biệt trong lĩnh vực quan trắc biến dạng, đa số các chu kỳ được quan trắc với khoảng thời gian là không bằng nhau. Nếu dùng dãy số liệu này đưa vào mô hình GM(1,1) nguyên thủy xử lý thì kết quả thu được chắc chắn không phù hợp với biến dạng của công trình trên thực tế, lúc đó mô hình thể hiện tính gần đúng rõ rệt. Vẫn dựa trên nguyên lý cơ bản thành lập mô hình GM(1,1), bài báo giới thiệu phương pháp xử lý thích hợp dãy số liệu quan trắc với khoảng thời gian đo giữa các chu kỳ khác nhau, thành lập mô hình GM(1,1) mới, từ đó tính toán được các giá trị dự báo biến dạng trong tương lai.

Do độ lún nhà cao tầng thường biến đổi theo xu thế đồng thời số liệu quan trắc là rời rạc, số lượng không lớn. Bài báo sử dụng số liệu lún của một công trình nhà cao tầng để phân tích và so sánh kết quả dự báo và trị đo thực để kết luận về độ chính xác của phương pháp.

## 2. Thành lập mô hình màu xám GM(1,1)

### 2.1. Tư tưởng cơ bản của mô hình GM(1,1)

Giả thiết dãy số liệu ban đầu là:

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\} \quad (1)$$

Trong đó:  $n$  - Chiều dài dãy,  $x^{(0)}(k) \geq 0, k=1, 2, \dots, n$

Thực hiện hình thành cộng dồn với dãy  $X^{(0)}$ , được dãy số liệu mới[1]:

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} \quad (2)$$

Hình thức phương trình vi phân mô hình GM(1,1) của dãy  $X^{(1)}$  là:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (3)$$

Trong đó:  $a, u$  - Các tham số chưa biết.

Nếu ký hiệu:

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1)+x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2)+x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1)+x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} \quad (4)$$

thì (3) có thể viết dưới dạng ma trận:  $Y = BA$

Hoặc có thể viết:

$$V = \hat{A} - Y \quad (5)$$

Trong đó:  $Y$  và  $B$  đã biết,  $A$  là ma trận tham số cần xác định,  $\hat{A}$  là ma trận tham số ước lượng,  $V$  là ma trận số hiệu chỉnh (hoặc gọi là ma trận sai số mô hình). Dùng phương pháp số bình phương nhỏ nhất  $V^T V = \min$ , tính được tham số ước lượng như sau:

$$\hat{A} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{u} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Thay (6) vào công thức (3), giải được:

$$\hat{x}^{(1)}(t) = \left[ x^{(1)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}t} + \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \quad (7)$$

Viết dưới hình thức số liệu rời rạc:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}t} + \frac{\hat{u}}{\hat{a}}, (k=1,2,\dots,n) \quad (8)$$

Dãy  $\{x^{(1)}\}$  sau khi cộng dồn làm mất đi định nghĩa vật lý ban đầu, do vậy khi lợi dụng mô hình này tiến hành dự báo, còn cần phải tiến hành hình thành trừ dồn để có được giá trị hoàn nguyên. Phương trình mô hình dự báo GM(1,1) là:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (9)$$

Tóm lại: Tư tưởng cơ bản phương pháp hệ thống màu xám áp dụng trong quan trắc lún thực hiện như sau [2], [3], [4]:

- ❖ Tiến hành xử lý "hình thành" với dãy số liệu quan trắc rời rạc có tính ngẫu nhiên, tác dụng chủ yếu là làm yếu tính ngẫu nhiên nhưng tăng tính quy luật trong dãy số liệu;

- ❖ Thành lập mô hình toán học đối với phương trình vi phân của dãy số liệu mới;

- ❖ Sau khi thành lập mô hình, thông qua "hình thành ngược" sẽ tính được kết quả sau hoàn nguyên.

### 3. Kiểm nghiệm độ chính xác mô hình GM(1,1)

Dự báo là mục tiêu chủ yếu của mô hình, để đánh giá hiệu quả và độ chính xác dự báo cần phải kiểm nghiệm độ chính xác mô hình, các bước kiểm nghiệm như sau:

- ❖ Tính sai số mô hình:

$$e(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k) \quad (10)$$

Bảng 1. Cấp hạng độ chính xác mô hình

Chỉ tiêu	Tốt (cấp 1)	Đạt (cấp 2)	Đạt miễn cưỡng (cấp 3)	Không đạt (cấp 4)
P	$P \geq 0,95$	$0,8 \leq P < 0,95$	$0,7 \leq P < 0,80$	$P < 0,7$
C	$C \leq 0,35$	$0,35 < C \leq 0,5$	$0,5 < C \leq 0,65$	$C > 0,65$

### 4. Lập mô hình cho dãy số liệu có khoảng thời gian quan trắc không đều

Mô hình GM(1,1) được thành lập dựa trên cơ sở dãy số liệu có khoảng thời gian quan trắc đều, nhưng trên thực tế quan trắc lún công trình, do nhiều nguyên nhân, thời gian quan trắc giữa các chu kỳ không thể thực hiện theo nguyên tắc đó được.

Khi đó, để thành lập mô hình GM(1,1) cần chuyển dãy số liệu đo với khoảng thời gian không đều thành đo với khoảng thời gian đều, sau đó mới tiến hành hình thành cộng dồn và lập mô hình.

Giả thiết có dãy số liệu quan trắc với khoảng thời gian không đều:

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}.$$

Các bước thành lập mô hình như sau:

- ❖ Phương sai của dãy sai số và phương sai của dãy  $\{x^{(0)}\}$  ban đầu là:

$$S_e^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [e(k) - \bar{e}]^2;$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [x^{(0)}(k) - \bar{x}^{(0)}]^2 \quad (11)$$

Trong đó:

$$\bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e(k); \quad \bar{x}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k) \quad (12)$$

- ❖ Tính tỷ số của sai số hậu nghiệm

$$C = S_e/S_x \quad (13)$$

và xác suất sai số nhỏ

$$P = \{e(k) < 0,6745S_x\} \quad (14)$$

- ❖ Xác định độ chính xác mô hình

Cấp hạng độ chính xác mô hình căn cứ theo giá trị của C, P so sánh với bảng 1. Nếu mô hình không đạt, thông qua thành lập mô hình sai số GM(1,1) tiến hành cải chính sai số, tức dùng  $e^{(0)}(k)$  thành lập mô hình GM(1,1). Sau khi thành lập mô hình, sẽ thu được giá trị hoàn nguyên  $\hat{e}^{(0)}(k)$ , khi đó giá trị dự báo quan trắc là:

$$\hat{x}^{(0)}(k)' = \hat{x}^{(0)}(k) + \hat{e}^{(0)}(k) \quad (15)$$

Sau khi cải chính, nếu mô hình vẫn không đạt thì lặp lại bước trên cho đến khi đạt thì dừng lại.

- ❖ Tính khoảng thời gian của các chu kỳ so với chu kỳ 1

$$t_i = T_i - T_1, i=1,2,\dots,n \quad (\text{các bước sau } i \text{ cũng chạy từ } 1 \text{ đến } n) \quad (16)$$

Trong đó:  $T_i$  - Thời gian tiến hành quan trắc của các chu kỳ.

- ❖ Tính khoảng thời gian quan trắc trung bình:

$$\Delta t_0 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \Delta t_i = \frac{1}{n-1} (t_n - t_1) \quad (17)$$

- ❖ Tính hệ số sai khác đơn vị thời gian của khoảng thời gian các chu kỳ với khoảng thời gian trung bình:

$$\mu(t_i) = \frac{t_i - (i-1)\Delta t_0}{\Delta t_0} \quad (18)$$

- ❖ Tính giá trị sai khác tổng của các chu kỳ:

$$\Delta x^{(0)}(t_i) = \mu(t_i)[x^{(0)}(t_i) - x^{(0)}(t_i - 1)] \quad (19)$$

Trong đó:  $x^{(0)}(t_i)$  giá trị quan trắc ban đầu tương ứng với  $t_i$ .

❖ Tính dãy số liệu có khoảng thời gian quan trắc đều  $z^{(0)}(t_i)$ :

$$z^{(0)}(t_i) = x^{(0)}(t_i) - \Delta x^{(0)}(t_i) \quad (20)$$

Hay:

$$Z^{(0)} = \{z^{(0)}(t_1), z^{(0)}(t_2), \dots, z^{(0)}(t_n)\} \quad (21)$$

❖ Thực hiện hình thành cộng dồn, được:

$$Z^{(1)} = \{z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(n)\} \quad (22)$$

❖ Phù hợp  $Z^{(1)}$  thành phương trình vi phân tuyến tính cấp 1:

$$\frac{dZ^{(1)}}{dt} + aZ^{(1)} = u \quad (23)$$

❖ Theo nguyên lý số bình phương nhỏ nhất, áp dụng các công thức từ (4) đến (7), giải được:

$$\hat{z}^{(1)}(k+1) = \left[ z^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-ak} + \frac{u}{a}, (k=1, 2, \dots, n) \quad (24)$$

❖ Hoàn nguyên về dãy số liệu có khoảng thời gian quan trắc không đều bằng hàm số quan hệ với thời gian  $t$  ( $t$  là khoảng cách thời gian với chu kỳ đầu):

$$x^{(1)}(t) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-at/\Delta t_0} + \frac{u}{a}$$

$$x^{(0)}(t) = \hat{x}^{(1)}(t) - \hat{x}^{(1)}(t - \Delta t_0) \quad (25)$$

Như vậy, đưa vào công thức (25) thời gian  $t$  cần dự báo sẽ tính được giá trị dự báo, kết quả dự báo và kiểm nghiệm độ chính xác mô hình như mô hình GM(1,1) thông thường.

#### 4. Ví dụ phân tích

Quan trắc lún một công trình nhà cao tầng trong giai đoạn thi công qua 9 chu kỳ [3], các chu kỳ được đo với khoảng thời gian không đều, số liệu lún của 1 điểm quan trắc ghi trong bảng 2. Dựa vào lý thuyết đã nêu ở trên thành lập mô hình GM(1,1) dự báo lún cho điểm quan trắc này, trong ví dụ chỉ lấy 5 chu kỳ đầu thành lập mô hình, 4 chu kỳ còn lại dùng so sánh với giá trị dự báo của mô hình.

Bảng 2. Số liệu đo lún một điểm quan trắc

Ngày đo	Độ lún tích lũy (mm)	Ngày đo	Độ lún tích lũy (mm)
2/2/2006	12.3	26/4/2006	22.8
21/2/2006	14.1	6/5/2006	23.9
7/3/2006	15.5	15/5/2006	24.6
21/3/2006	18.4	4/6/2006	27.0
11/4/2006	20.0		

Sử dụng các công thức từ (16) đến (25) tính toán, kết quả thu được công thức hoàn nguyên:

$$x^{(0)}(t) = \hat{x}^{(1)}(t) - \hat{x}^{(1)}(t - 17) \quad (26)$$

Tính các giá trị lún tích lũy của công trình thông qua công thức hoàn nguyên, kết quả so sánh độ chính xác của mô hình ghi ở Bảng 3. Kiểm nghiệm mô hình thu được tỷ số sai số hậu nghiệm  $C=0.31$ , xác suất sai số nhỏ  $P=1$ , so sánh với Bảng 1 cho thấy mô hình đạt cấp 1. Dùng mô hình trên dự báo giá trị lún tích lũy một vài chu kỳ tiếp theo rồi so sánh với trị đo thực, kết quả ghi ở Bảng 4.

Bảng 3. Kết quả so sánh độ chính xác mô hình

Ngày đo	Độ lún tích lũy (mm)		Sai số (mm)
	Trị thực	Mô hình	
2/2/2006	12.3	12.38	-0.08
21/2/2006	14.1	14.24	-0.14
7/3/2006	15.5	15.80	-0.30
21/3/2006	18.4	17.52	0.88
11/4/2006	20.0	20.47	-0.47

Bảng 4. Kết quả dự báo độ lún

Ngày đo	Độ lún tích lũy (mm)		Sai số (mm)
	Trị thực	Dự báo	
26/4/2006	22.8	22.87	-0.07
6/5/2006	23.9	24.81	-0.82
15/5/2006	24.6	26.52	-1.92
4/6/2006	27.0	30.52	-3.52

#### 5. Kết luận

Qua phân tích ví dụ ở trên có thể rút ra một số kết luận sau:

❖ Thông qua số liệu quan trắc lún 5 chu kỳ, với khoảng thời gian quan trắc giữa các chu kỳ không bằng nhau, thành lập mô hình GM(1,1), thu được mô hình có độ chính xác đạt cấp 1, chứng tỏ mô hình thành lập có độ chính xác tương đối sát với biến dạng thực tế.

❖ Khi tiến hành dự báo, chỉ nên tính cho một số ít giá trị dự báo của các chu kỳ tiếp theo, vì số chu kỳ dự báo càng nhiều thì sai số mô hình càng lớn.

❖ Phương pháp dự báo bằng mô hình màu xám GM(1,1) có khoảng thời gian quan trắc giữa các chu kỳ không bằng nhau thích hợp với công tác phân tích độ lún công trình trên thực tế. Đặc biệt rất có hiệu quả đối với các loại biến dạng có tính xu thế, dãy số liệu rời rạc và có ít giá trị quan trắc. □

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

(Xem tiếp trang 70)

Trên các hình H.3 và H.4 các ảnh bên trái là các ảnh thành phần chính thứ 2, còn các ảnh bên phải là các ảnh về sự phân bố khoáng sản.

### 3. Kết luận

Với kết quả nghiên cứu thu được, cho thấy sự chính xác của phương pháp phân tích thành phần chính có hướng trong việc xác định khu vực có trữ lượng khoáng sản đất sét hay các loại đá. Sự nghiên cứu này sẽ hỗ trợ rất lớn cho việc tìm kiếm, giảm thiểu các chi phí. Phương pháp này kết hợp các nghiên cứu thực nghiệm tại các phòng thí nghiệm sẽ thu được các kết quả chính xác hơn nữa về các loại khoáng sản. Trong thời gian tới, tác giả sẽ tiếp tục phát triển công cụ này để có thể xác định một cách tự động và chính xác hơn. □

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Fraser, S.J. and A.A. Green, 1987. A software defoliant for geological analysis of band ratios. Int. J. Remote Sens., 8: 525-532
2. P.S. Tiwari, A.K. Sen and R.D. Garg, 2011. Application of DPCA Technique in Khetri Copper Belt, India for Alteration Zones. Asian Journal of Earth Sciences, 4: 54-59.
3. Myint Soe, Toe Aung Kyaw and Isao Takashima. Application of Remote Sensing Techniques on Iron Oxide Detection from ASTER and Landsat Images of Tanintharyi Coastal Area, Myanmar.
4. Zhao Tuanhong, Zhang Fuxian, Chen Nanfeng.

Remote Sensing Division, Dept. of Earth Sciences, Zhejiang University Hangzhou, China. An automatic technique and its effect by using Landsat TM data to extract hydrothermal alteration information in subtropical volcanic rock area.

5. M. Honarmand, H. Ranjbar and J. Shahabpour. Application of Spectral Analysis in Mapping Hydrothermal Alteration of the Northwestern Part of the Kerman Cenozoic Magmatic Arc, Iran.

**Người biên tập: Nguyễn Đình Bé**

### SUMMARY

The goal of this paper is to construct a model and software tool to detect clay minerals and thermal alteration of some rocks exhibited on ETM+ images. The applied method is based on the Directed Principal Component Analysis (DPCA) technique developed by Fraser and Green [1]. This is one of the efficient methods used for detecting thermal alterations in minerals and rocks. Case study was conducted on ETM+ images of North-East region of Vietnam. The results visually pointed out the locations of clay minerals and rocks.

## MÔ HÌNH MÀU XÁM...

(Tiếp theo trang 73)

1. Phạm Quốc Khánh (2011), Ứng dụng lý thuyết hệ thống màu xám phân tích và dự báo lún công trình. Tạp chí Khoa học kỹ thuật Mỏ-địa chất, (35), Hà Nội.
2. Phan Văn Hiến, Phạm Quốc Khánh. Xử lý số liệu biến dạng công trình. Nhà xuất bản Khoa học kỹ thuật, 2012.
3. Hou Jianguo, Wang Tengjun (2008) Lý thuyết và ứng dụng quan trắc biến dạng, NXB Trắc hội Bắc Kinh (tiếng Trung Quốc).
4. Wang Xinzhou, Tao Benzao, Qiu Weining, Yao Yibin (2006), Bình sai trắc địa cao cấp, NXB Trắc hội Bắc Kinh (tiếng Trung Quốc).
5. Qi Min, Mô hình dự báo màu xám (2002), Tạp chí đại học Ninh Hạ, số 23(2), 147-149 (tiếng Trung Quốc).
6. Deng Julong, Biện pháp dự báo màu xám

(1986), NXB đại học công nghệ Hoa Trung, Vũ Hán (tiếng Trung Quốc).

7. Yan Zhiyuan, Dai Yusheng, Ứng dụng hệ thống màu xám trong dự báo (1989). NXB Giang Tô, Nam Kinh (tiếng Trung Quốc).

**Người biên tập: Nguyễn Đình Bé**

### SUMMARY

In this paper, the basic thought and the accuracy assess method for traditional GM(1,1) modeling is introduced. The grey modeling forecasting of non-equidistant data sequent is chiefly studied and the detailed modeling process is presented. Combining one subsidence monitoring example of high building, the effect of the modeling forecasting is good.