

# NGHIÊN CỨU SỰ BIẾN ĐỔI CỦA LỰC DẪN HƯỚNG VÀ GÓC XUNG KÍCH KHI TOA XE METRO VÀO ĐƯỜNG CONG

Nguyễn Trung Hiếu\*, Mai Văn Thắm

Trường Đại học Giao thông vận tải, số 3 Phố Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

## THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 05/10/2024

Ngày nhận bài sửa: 20/11/2024

Ngày chấp nhận đăng: 28/11/2024

\*Tác giả liên hệ:

Email: hieudmtx@utc.edu.vn

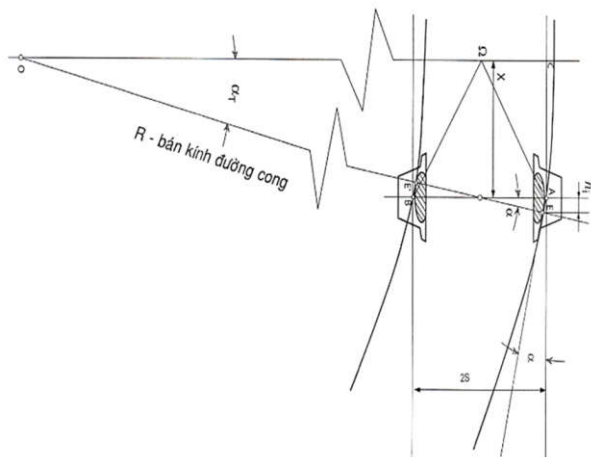
## TÓM TẮT

Bài báo này áp dụng cơ sở lý thuyết bài toán động lực thông qua đường cong của toa xe metro có xét tới đàn hồi của ray theo phương ngang để xác định quy luật biến đổi của lực dẫn hướng và góc xung kích khi toa xe metro chuyển động vào đường cong, làm cơ sở đánh giá mức độ ổn định chống trật bánh và mức độ mài mòn gờ bánh xe.

@ Hội Khoa học và Công nghệ Mỏ Việt Nam

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

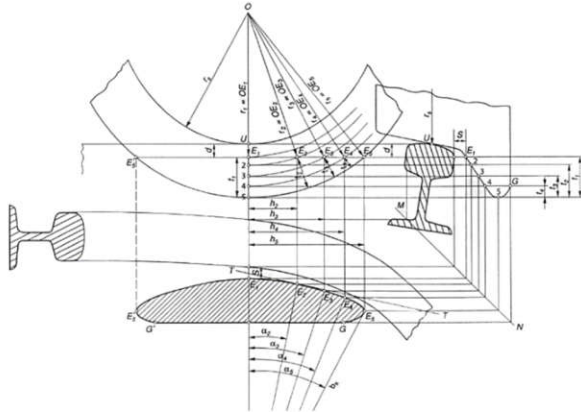
Khi các đôi trục bánh, trước hết là các đôi trục bánh dẫn hướng của toa xe metro chuyển động qua vùng đường cong thì do quán tính, các đôi trục bánh luôn có xu thế giữ cho chuyển động của chúng luôn không đổi và có phương vuông góc với đường tâm trục của các đôi trục bánh đó. Vì vậy đường tâm trục của các đôi trục bánh luôn lệch đi một góc  $\alpha$  so với phương hướng kính tới tâm của đường cong,  $\alpha$  được gọi là góc xung kích [4] (Hình 1).



Hình 1. Quan hệ giữa góc xung kích  $\alpha$  với bán kính đường cong  $R$  và vị trí tâm quay tức thời  $\Omega$ .

Đồng thời khi chuyển động trên đường cong, điểm tiếp xúc giữa gờ bánh và má ray không phải lúc nào cũng nằm trên mặt phẳng đi qua đường trục của trục bánh mà do tác dụng của góc xung kích, điểm tiếp xúc này đã dịch lên phía trước một khoảng  $h$ , gọi là cự ly tiếp xúc trước [4] (Hình 2). Khi trục bánh đi vào đường cong, dưới tác dụng của các lực trên phương nằm ngang, đầu tiên trục bánh sử dụng hết khe hở giữa gờ bánh và má ray. Điểm tiếp xúc ban đầu là  $U$  nay đã dịch chuyển lên  $E_1$ . Cả  $U$  và  $E_1$  vẫn nằm trên mặt phẳng đi qua đường tâm trục bánh, nằm trong mặt phẳng thẳng đứng ngang. Tuy nhiên  $U$  và  $E_1$  không cùng nằm trên một độ cao mà có sự chênh nhau một cự ly nhất định trên phương thẳng đứng là  $d$ . Lúc này  $\alpha = \alpha_1 = 0$  và  $h = h_1 = 0$ . Khi tăng  $\alpha$  lên các trị số  $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  điểm tiếp xúc từ  $E_1$  chuyển qua  $E_2, E_3, E_4, E_5$ . Tương ứng sẽ có các cự ly tiếp xúc trước  $h_2, h_3, h_4, h_5$ . Các điểm tiếp xúc  $E_i$  không chỉ chuyển dịch về phía trước mà còn nằm trên các vòng lăn có bán kính  $r_i$  từ nhỏ tới lớn. Cụ thể  $E_1$  nằm trên các vòng lăn có bán kính  $r_1$ , tương tự,  $E_2, E_3, E_4, E_5$  nằm trên các vòng lăn có bán kính  $r_2, r_3, r_4, r_5$ . Trên Hình 2 ta thấy khi  $\alpha$  và  $h$  có trị số tăng dần thì

bán kính của các vòng lăn chứa điểm tiếp xúc cũng tăng dần. Thậm chí  $r_5$  đã là bán kính của vòng lăn chạy qua đỉnh của gờ bánh xe, khi đó chỉ cần có một tác dụng nhỏ theo phương ngang cũng dẫn đến trật ray.



**Hình 2. Vị trí của các điểm tiếp xúc trước tương ứng với độ lớn của góc xung kích  $\alpha$ .**

Đồng thời khi thông qua đường cong gờ bánh xe dẫn hướng sẽ bị ép vào hông ray gây ra lực dẫn hướng. Lực dẫn hướng quá lớn có thể làm cho bánh xe leo qua nắm ray ngoài gây trật ray và làm hao mòn lợi bánh xe. Hiện tượng trật bánh xe ra khỏi đường ray (trật ray) là một quá trình động lực học xảy ra hết sức phức tạp chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố bất lợi xảy ra đồng thời, thể hiện sự tiếp xúc bánh xe và ray không bình thường [3]. Vì vậy để thấy rõ được sự biến đổi về trị số của lực dẫn hướng và góc xung kích khi toa xe metro vào đường cong cần tính toán xác định giá trị thay đổi của lực dẫn hướng và góc xung kích khi toa xe metro chuyển động vào đường cong với vận tốc  $V$ .

**2. DỮ LIỆU VÀ PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU**

**2.1. Các đặc trưng hình học và động lực học của toa xe metro khi vào đường cong**

Trong quá trình nghiên cứu bài toán động lực học của toa xe vào đường cong có xét tới đàn hồi của ray theo chiều ngang sử dụng một số giả thiết sau [1]:

1. Tốc độ của toa xe vào đường cong là đều.
2. Tải trọng tác dụng lên bánh xe truyền xuống ray là như nhau.
3. Coi thân xe, khung giá chuyển hướng, trục bánh là những vật cứng tuyệt đối.

4. Lực ma sát giữa ray và bánh xe phụ thuộc vào vận tốc trượt [2].

$$T_x = \tau_x \cdot N; T_y = \tau_y \cdot N; \tau_x = a \cdot r_x; \tau_y = a \cdot r_y \quad (1)$$

Trong đó:  $N$  là áp lực của bánh xe lên ray;  $T_x, T_y$  là lực ma sát tại điểm tiếp xúc giữa bánh xe và ray theo 2 phương  $x, y$ ;  $r_x, r_y$  là vận tốc trượt tương đối của bánh xe đối với ray;  $a$  là hệ số tỷ lệ.

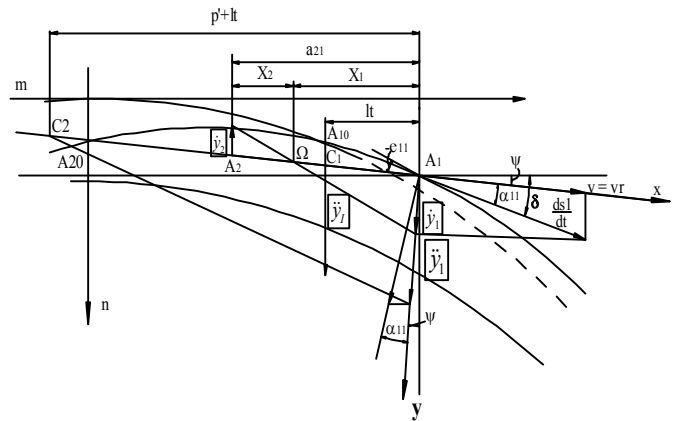
5. Không để ý tới độ côn của mặt lăn bánh xe.

6. Ứng lực nén của gờ bánh xe vào ray tỉ lệ tuyến tính với độ cứng của đường ray theo chiều ngang [1].

$$Y' = C_y \cdot e_{ij} \text{ hay } Y' = C_y \cdot (y_i - \delta) \quad (2)$$

Trong đó:  $Y'$  là ứng lực nén;  $C_y$  là độ cứng ngang của ray;  $2\delta$  là tổng khe hở giữa gờ bánh và ray;  $e_{ij}$  là trị số nén ray;  $y_i$  là tọa độ của cặp bánh xe thứ  $i$  theo chiều ngang.

Trên Hình 3 ta thấy  $A_{10}, A_{20}$  là vị trí gờ bánh xung kích bắt đầu tiếp xúc với ray ngoài.  $A_1, A_2$  là vị trí nào đó của giá chuyển hướng mà ray ngoài bị nén một lượng là  $e_{11}$  có nghĩa là điểm  $A_1$  có dịch chuyển là  $e_{11}$ .  $C_1, C_2$  là trọng tâm của giá chuyển hướng trước và sau. Trục dọc của giá chuyển quay một góc là  $\psi$  với vận tốc quay tức thời  $\frac{d\psi}{dt}$ .



**Hình 3. Sơ đồ động học khi va chạm của giá chuyển hướng vào đường cong.**

Xác định các vận tốc và gia tốc tại điểm  $A_1$ :

Vận tốc theo hướng dọc

$$V = \frac{ds_1}{dt} \cos \alpha_{11} \approx \frac{ds_1}{dt} = V_r \quad (3)$$

Vận tốc  $A_1$  theo hướng ngang

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{ds_1}{dt} \sin \alpha_{11} \approx V \cdot \alpha_{11} \quad (4)$$



Vận tốc trượt ngang của điểm  $A_1$

$$W_{y11} = \frac{dy_1}{dt} - \frac{de_{11}}{dt} = V \alpha_{11} - \frac{de_{11}}{dt} \quad (5)$$

Vị trí cực quay  $\Omega$  được xác định qua  $X_1$  (tính từ điểm  $A_1$ )

$$X_1 = \frac{dy_1}{dt} / \frac{d\psi}{dt} = \frac{V \alpha_{11}}{\frac{d\psi}{dt}} \quad (6)$$

Tốc độ theo phương ngang của trục bánh thứ 2 là

$$\frac{dy_2}{dt} = \frac{dy_1}{dt} - 2L_t \frac{d\psi}{dt} = V \alpha_{11} - 2L_t \frac{d\psi}{dt} \quad (7)$$

Trong đó  $2L_t$  là khoảng cách trục trong giá chuyển hướng.

Vận tốc trượt ngang tại điểm tiếp xúc của bánh xe và ray trên trục sau:

$$W_{y21} = \frac{dy_2}{dt} - \frac{de_{21}}{dt} = V \alpha_{11} - 2L_t \frac{d\psi}{dt} - \frac{de_{21}}{dt} \quad (8)$$

Vận tốc trượt tương đối  $r_{yij}$  được tính như sau  
Với bánh xung kích

$$r_{y11} = \frac{W_{y11}}{V} = \alpha_{11} - \frac{de_{11}/dt}{V} \quad (9)$$

Với bánh không xung kích

Theo phương y:

$$r_{yij} = \frac{W_{yij}}{V} = \alpha_{11} - a_{ij} \frac{d\psi/dt}{V} - \frac{de_{ij}/dt}{V} \quad (10)$$

Theo phương x:

$$r_{xij} = S \frac{d\psi/dt}{V} \quad (11)$$

Trong đó  $i$  thể hiện trục thứ  $i$ ,  $j$  thể hiện bánh thứ  $j$ ;  $a_{ij}$  là khoảng cách từ trục  $i$  đến trục thứ nhất;  $2S$  là gian cách 2 mặt lăn bánh xe.

Gia tốc hướng tâm của điểm  $A_1$

$$\frac{d^2 y_k}{dt^2} = \frac{ds_1}{dt} \left( \frac{d\psi}{dt} + \frac{d\alpha_{11}}{dt} \right) \quad (12)$$

Gia tốc ngang điểm  $A_1$

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} = \frac{V^2}{R} + \frac{d^2 e_{11}}{dt^2} \quad (13)$$

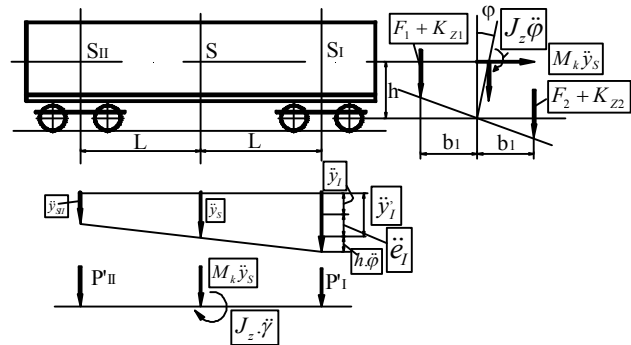
Gia tốc của trọng tâm giá chuyển hướng

$$\frac{d^2 y_l}{dt^2} = \frac{d^2 y_1}{dt^2} - L_t \frac{d^2 \psi}{dt^2} = V \left( \frac{d\psi}{dt} + \frac{d\alpha_{11}}{dt} \right) - L_t \frac{d^2 \psi}{dt^2} \quad (14)$$

Xét ảnh hưởng của thùng xe đối với giá chuyển hướng khi chuyển động vào đường cong. Khi toa xe chuyển động vào đường cong, do hệ thống treo nên có độ lệch ngang. Gọi độ lệch của hệ thống treo của giá chuyển hướng thứ nhất và thứ hai là

$e_l$  và  $e_{ll}$ . Lực tác dụng của thùng xe lên giá chuyển hướng thứ nhất và thứ hai (tại vị trí cỏi chuyển) lần lượt là  $P_l$  và  $P_{ll}$ , phản lực của giá chuyển hướng đối với thùng xe là  $P'_l$  và  $P'_{ll}$ . Do chênh lệch  $P'_l$  và  $P'_{ll}$  đã làm thùng xe quay quanh trục  $Z$  một góc  $\varphi$  và do đó có gia tốc là  $\frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ . Mặt khác điểm đặt của lực  $P'_l$

và  $P'_{ll}$  cách trọng tâm của giá chuyển hướng là  $h$ , nên thùng xe bị nghiêng lệch một góc  $\varphi$  và gây nên gia tốc góc  $\frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ . Gia tốc này có trị số không thay đổi trên toàn bộ chiều dài thùng xe (Hình 4).



Hình 4. Lực và gia tốc trên thùng xe.

Như vậy ta có gia tốc tại các điểm trên giá chuyển hướng như sau (Hình 5):

Trên giá chuyển hướng thứ nhất:

Ở trọng tâm giá chuyển hướng:

$$\frac{d^2 y_l}{dt^2} = \frac{dy_1^2}{dt^2} - L_t \frac{d^2 \psi}{dt^2} \quad (15a)$$

Ở quang treo:

$$\frac{d^2 y'_l}{dt^2} = \frac{dy_l^2}{dt^2} + \frac{d^2 e_l}{dt^2} \quad (15b)$$

Ở điểm  $S_1$ :

$$\frac{d^2 y_{s1}}{dt^2} = \frac{d^2 y'_l}{dt^2} + h \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad (16)$$

Trên giá chuyển hướng thứ hai:

Ở trọng tâm giá chuyển hướng:

$$\frac{d^2 y_{ll}}{dt^2} = 0 \quad (17)$$

Ở quang treo:

$$\frac{d^2 y'_{ll}}{dt^2} = \frac{d^2 e_{ll}}{dt^2} \quad (18)$$

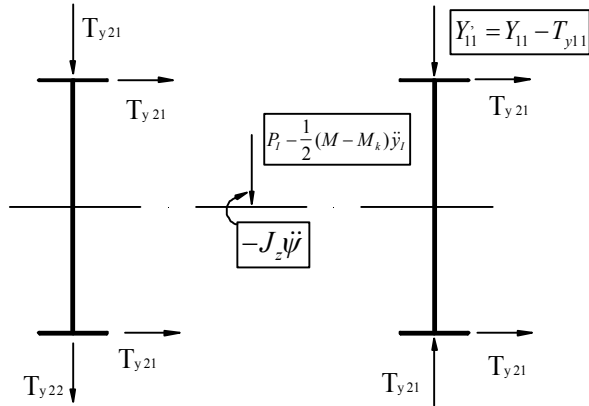
Ở điểm  $S_2$ :

$$\frac{d^2 y_{s2}}{dt^2} = \frac{d^2 e_{ll}}{dt^2} + h \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad (19)$$

Ở trọng tâm toa xe (điểm S):

$$\frac{d^2 y_s}{dt^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{d^2 y_{s1}}{dt^2} - \frac{d^2 y_{s2}}{dt^2} \right) \quad \frac{d^2 \gamma}{dt^2} = \frac{1}{2L} \left( \frac{d^2 y_{s1}}{dt^2} - \frac{d^2 y_{s2}}{dt^2} \right) \quad (20)$$

Từ đó ta tiến hành viết phương trình cân bằng tức thời cho giá chuyển thứ nhất và thùng xe.



**Hình 5. Sơ đồ lực tác dụng lên giá chuyển hướng**

Đối với giá chuyển có hai phương trình cân bằng sau:

$$\left. \begin{aligned} \sum Y = Y_{11} + \sum_{12}^{22} T_{yij} + P_i - \frac{1}{2}(M - M_k) \frac{d^2 y_i}{dt^2} = 0 \\ \sum M_z = Y_{11} L_i + [(T_{x11} + T_{x21}) - (T_{12} + T_{22})] \cdot S + \sum_{12}^{22} a_{0ij} T_{yij} - J_z \frac{d^2 \psi}{dt^2} = 0 \end{aligned} \right\} (21)$$

Đối với thùng xe:

$$\left. \begin{aligned} \sum Y = P_1 + P_2 - M_k \frac{d^2 y_s}{dt^2} = 0 \\ \sum M_z = (P_1 - P_2) L - J_z \frac{d^2 \gamma}{dt^2} = 0 \\ \sum M_x = -[(F_1 - F_2) + (K_{z1} - K_{z2})] b_1 - \dots \\ \dots - [(F_1 + F_2) + (K_{z1} + K_{z2})] h \cdot \varphi - (P_1 + P_2) \cdot h - J_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 0 \end{aligned} \right\} (22)$$

Trong đó  $F_1, F_2$  là lực của lò xo giá chuyển hướng tác động lên hệ thống trên lò xo về hai phía;  $2b_1$  là gian cách ngang lò xo trung ương.

$$\begin{aligned} F_1 &= F_{11} + F_{21} = 2(F_0 - C_F \cdot b_1 \cdot \varphi); \\ F_2 &= F_{12} + F_{22} = 2(F_0 + C_F \cdot b_1 \cdot \varphi) \end{aligned} \quad (23)$$

$F_{11}, F_{12}$  là lực đàn hồi lò xo của giá chuyển thứ nhất.

$F_{21}, F_{22}$  là Lực đàn hồi lò xo của giá chuyển hướng thứ hai.

$C_F$  là độ cứng lò xo ở một phía của giá chuyển hướng theo phương thẳng đứng.

$F_0$  là tải trọng tĩnh tác dụng ở một phía của giá chuyển hướng.

$K_{z1}, K_{z2}$  là lực tác động của bộ giảm chấn ở một phía của giá chuyển.

$$K_{z1} = -2K_z \cdot b_1 \cdot \dot{\varphi}; \quad K_{z2} = 2K_z \cdot b_1 \cdot \dot{\varphi} \quad (24)$$

$K_z$  là hệ số cản của giảm chấn theo phương thẳng đứng.

$$Y_{11}' = -C_y \cdot e_{11} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} P_i = -P_i' = 2 \cdot C_k \cdot e_i + 2 \cdot K_y \frac{de_i}{dt} \\ P_{ii} = -P_{ii}' = 2 \cdot C_k \cdot e_{ii} + 2 \cdot K_y \frac{de_{ii}}{dt} \end{aligned} \right\} (26)$$

$K_y$  là hệ số cản giảm chấn theo phương ngang  
 $C_y$  là độ cứng ngang của ray.

$2C_k$  là lực phục hồi của hệ thống treo ở một giá chuyển hướng.

$$\left. \begin{aligned} T_{x11} + T_{x21} = -a \frac{Q}{8} (r_{x11} + r_{x21}) = -2 \cdot a \cdot \frac{Q}{8} S \frac{d\psi / dt}{V} \\ T_{x12} + T_{x22} = -a \frac{Q}{8} (r_{x12} + r_{x22}) = 2 \cdot a \cdot \frac{Q}{8} S \frac{d\psi / dt}{V} \end{aligned} \right\} (27)$$

$$\text{Ta có: } \frac{dT_{yij}}{dt} = -C_y \frac{de_{ij}}{dt} \quad (28)$$

$$\text{đồng thời } T_{yij} = -a \frac{Q}{8} r_{yij}$$

Thay  $r_{yij}$  vào ta được

$$T_{yij} = -a \frac{Q}{8} \left( \alpha_{11} - a_{ij} \frac{d\psi / dt}{V} + \frac{1}{C_y \cdot V} \cdot \frac{dT_{yij}}{dt} \right) \quad (29)$$

Trong đó: Q là Tổng trọng toa xe

## 2.2. Thành lập hệ phương trình chuyển động của toa xe khi vào đường cong

Để thuận lợi cho quá trình tính toán các đại lượng đặc trưng cho quá trình chuyển động vào đường cong của toa xe, chúng ta biểu diễn dưới dạng phương trình không thứ nguyên [1]. Do đó các đại lượng tính toán được biểu diễn qua T là đại lượng không thứ nguyên.  $T = t \cdot A$  với

$$A = \frac{V}{L_t} \quad \text{và } t \text{ là thời gian giá chuyển hướng vào}$$

đường cong (giây);

V là vận tốc toa xe khi vào đường cong (m/s).

Từ (13), (14), (21), (22), (29) tiến hành biến đổi và đưa về phương trình không thứ nguyên ta được hệ phương trình.



$$\begin{aligned}
& \ddot{f}_1 + B_9^2 \cdot B_5 \cdot B_{12} \cdot \dot{f}_1 + \frac{B_1 \cdot B_3 \cdot B_6}{B_{14}} \dot{f}_1 - \frac{1}{2} \frac{B_5 \cdot B_{13}}{B_{14}} (\dot{f}_5 + \dot{f}_6) - \dots \\
& \dots - \frac{1}{2} \frac{B_1 \cdot B_3 \cdot B_{11}}{B_{14}} (f_5 + f_6) = 0 \quad (1) \\
& \ddot{f}_2 - \dot{f}_3 - \dot{f}_4 + B_8 = 0 \quad (2) \\
& \ddot{f}_3 - \dot{f}_4 + \dot{f}_4 - \dot{f}_{10} = 0 \quad (3) \\
& \ddot{f}_4 + 4 \cdot B_7 \cdot B_{15}^2 \cdot B_1 \cdot B_3 \cdot \dot{f}_4 + B_1 \cdot B_3 \cdot B_4 \cdot \dot{f}_2 + \dots \\
& \dots + B_1 \cdot B_3 \cdot B_4 \cdot (f_7 + f_8 - f_9) = 0 \quad (4) \\
& \ddot{f}_5 + \frac{1}{2} (B_{10} + 1) (B_{13} \cdot \dot{f}_5 + B_1 \cdot B_{11} \cdot f_5) - \dots \\
& \dots - \frac{1}{2} (B_{10} - 1) (B_{13} \cdot \dot{f}_6 + B_1 \cdot B_{11} \cdot f_6) + B_{14} \ddot{f}_1 + \dot{f}_{10} = 0 \quad (5) \\
& \ddot{f}_6 + \frac{1}{2} (B_{10} + 1) (B_{13} \cdot \dot{f}_6 + B_1 \cdot B_{11} \cdot f_6) - \dots \\
& \dots - \frac{1}{2} (B_{10} - 1) (B_{13} \cdot \dot{f}_5 + B_1 \cdot B_{11} \cdot f_5) + B_{14} \ddot{f}_1 = 0 \quad (6) \\
& \dot{f}_7 + \frac{B_4}{B_7} f_7 + f_3 - 2\dot{f}_4 = 0 \quad (7) \\
& \dot{f}_8 + \frac{B_4}{B_7} f_8 + f_3 - 2\dot{f}_4 = 0 \quad (8) \\
& \dot{f}_9 + \frac{B_4}{B_7} f_9 + f_3 = 0 \quad (9) \\
& \dot{f}_{10} + \frac{1}{1 - B_2} \left[ 2 \cdot B_1 \cdot B_4 \cdot f_2 - B_2 \cdot B_{13} \cdot \dot{f}_5 - B_1 \cdot B_2 \cdot B_{11} \cdot f_5 - \dots \right] = 0 \quad (10)
\end{aligned}$$

Trong đó:

$$f_1(T) = \varphi ; f_2(T) = \frac{e_{11}}{L_t} ; f_3(T) = \alpha_{11}$$

$$f_4(T) = \psi ; f_5(T) = \frac{e_l}{L_t}$$

$$f_6(T) = \frac{e_{11}}{L_t} ; f_7(T) = \frac{T_{21}}{L_t \cdot C_y}$$

$$f_8(T) = \frac{T_{22}}{L_t \cdot C_y} ; f_9(T) = \frac{T_{12}}{L_t \cdot C_y} ; f_{10}(T) = \frac{\dot{y}_l}{L_t \cdot A}$$

$$B_1 = \frac{g \cdot L_t}{V^2} ; B_2 = \frac{M_k}{M} ; B_3 = \frac{M \cdot L_t^2}{J_z}$$

$$B_4 = \frac{L_t \cdot C_y}{M \cdot g} ; B_5 = \frac{M_k \cdot h^2}{J_x} ; B_6 = \frac{4C_F \cdot b_1^2}{M_k \cdot g \cdot h} - 1$$

$$B_7 = \frac{a}{8} ; B_8 = \frac{L_t}{R} ; B_9 = \frac{b_1}{h} ; B_{10} = \frac{M_k \cdot L_t^2}{J_z}$$

$$B_{11} = \frac{4C_k \cdot L_t}{M_k \cdot g} ; B_{12} = \frac{4K_z \cdot L_t}{M_k \cdot V} ; B_{13} = \frac{4 \cdot K_y \cdot L_t}{M_k \cdot V}$$

$$B_{14} = \frac{h}{L_t} ; B_{15} = \frac{S}{L_t}$$

$\varphi$  - góc nghiêng của thùng xe trong mặt phẳng zy (góc lặn ngang), rad.

$e_{11}$  - độ nén của bánh xe dẫn hướng vào ray.

$\alpha_{11}$  - góc xung kích của bánh dẫn hướng (rad).

$\psi$  - góc quay của giá chuyển hướng trong mặt phẳng ngang, rad.

$e_l$  - độ nghiêng lệch của hệ thống quang treo của giá chuyển hướng thứ nhất.

$e_{11}$  - độ nghiêng lệch của hệ thống quang treo của giá chuyển hướng thứ hai.

$T_{21}$  - lực ma sát trên bánh xe 21 (bánh ngoài của trục bánh sau), N.

$T_{22}$  - lực ma sát trên bánh xe 22 (bánh trong của trục bánh sau), N.

$T_{12}$  - lực ma sát trên bánh xe 12 (bánh trong của trục bánh trước), N.

$\dot{y}_l$  - vận tốc hướng ngang tại tâm giá chuyển hướng thứ nhất, m/s<sup>2</sup>.

$M_k$  - khối lượng trên lò xo, kg.

$M$  - tổng khối lượng toa xe, kg.

$J_z, J_x$  - mô men quán tính khối lượng của thùng xe với trục z và x, kg.m<sup>2</sup>.

$g$  - gia tốc trọng trường, m/s<sup>2</sup>.

$h$  - khoảng cách từ trọng tâm đến tâm trục bánh, m.

Để xác định quy luật biến đổi của lực dẫn hướng và góc xung kích tiến hành giải hệ phương trình (30), sử dụng các thông số của toa xe metro kéo theo tuyến đường sắt đô thị Bến Thành – Suối Tiên và thông số của đường.

**Bảng 1. Thông số dùng để tính toán**

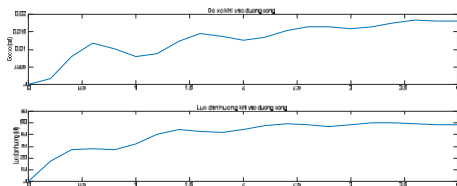
TT	Tên thông số	Đơn vị	Giá trị	TT	Tên thông số	Đơn vị	Giá trị
1	Tự nặng toa xe	Tấn	31,6	10	Độ cứng tĩnh của lò xo hộp trục theo phương thẳng đứng	kN/m	850
2	Tải trọng toa xe (toàn tải)	Tấn	19,33	11	Độ cứng của lò xo hộp trục theo phương ngang	kN/m	2750
3	Khối lượng 1 giá chuyển hướng	tấn	4,6	12	Khối lượng một bộ trục bánh	tấn	1
4	Chiều dài toa xe	m	19,5	13	Khoảng cách tâm cối chuyển	m	13,8
5	Chiều rộng toa xe	m	2,95	14	Khoảng cách chiều ngang lò xo trung ương	m	2
6	Chiều cao thùng toa xe	m	2,79	15	Đường kính bánh xe	m	0,86
7	Khoảng cách trục	m	2,1	16	Bán kính đường cong nhỏ nhất	m	160
8	Độ cứng tĩnh của lò xo không khí theo phương thẳng đứng	kN/m	372,4	17	Độ cứng của ray theo phương ngang	N/m	10 <sup>7</sup>
9	Độ cứng tĩnh của lò xo không khí theo phương ngang	kN/m	117,6				

**3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN**

Giải hệ phương trình khi toa xe vào đường cong bán kính 160 m với vận tốc 35 km/h và tính được  $f_3(T) = \alpha_{11}$  chính là góc xung kích theo T, lực dẫn hướng  $Y = -C_y \cdot e_{11}$  với  $e_{11}$  được xác định từ  $f_2(T) = \frac{e_{11}}{L_t}$ .

Sự tác dụng tương hỗ giữa bánh xe và ray thường xảy ra bất lợi nhất (dễ trật ray nhất) khi giá chuyển hướng vào và ra khỏi đường cong [5]. Vì vậy ta chỉ xét tại thời điểm giá chuyển hướng bắt đầu vào đường cong (T=1÷4) ta tìm được quy luật biến đổi của lực dẫn hướng và góc xung kích (Hình 5).

Trong đó: trục hoành biểu diễn đại lượng không thứ nguyên T (quãng đường giá chuyển vào đường cong S=T\*Lt; Lt là 1/2 khoảng cách trục).



**Hình 6. Quy luật biến đổi của lực dẫn hướng và góc xung kích khi vào đường cong toa xe metro kéo theo tuyến đường sắt đô thị Bến Thành – Suối Tiên**

Từ kết quả tính toán lực dẫn hướng và góc xung kích có thể xác định được chỉ tiêu an toàn chống trật ray do lực dẫn hướng và góc xung kích gây ra. Ta cũng thấy rằng lực dẫn hướng và góc xung kích tăng nhanh khi toa xe bắt đầu vào đường cong trong khoảng 2 m đầu tiên. Khi giá chuyển hướng đã nằm hoàn toàn trong đường cong (khoảng cách trục 2Lt = 2,1 m) thì lực dẫn hướng và góc xung kích bắt đầu ổn định giúp toa xe thông qua đường cong. Chính sự thay đổi đột ngột này gây ra các lực xung kích mạnh dễ dẫn đến trật ray nếu các yếu tố khác không được bảo đảm.

**4. KẾT LUẬN**

➤ Thông qua việc nghiên cứu bài toán toa xe vào đường cong có thể ý tới dần hồi theo chiều ngang của ray, tác giả đã thiết lập được hệ phương trình vi phân chuyển động của toa xe khi vào đường cong mà ở đó thể hiện mối quan hệ toán học giữa các thông số: góc nghiêng thùng xe, góc xung kích của trục bánh dẫn hướng, lực dẫn hướng... với các tham số hình học, động học của toa xe và của đường sắt (ở vùng đường cong).

➤ Giải phương trình vi phân đã thiết lập tính toán quy luật biến đổi của lực dẫn hướng và góc





xung kích khi chuyển động vào đường cong. Nói cách khác sẽ xác định được sự biến đổi của lực dẫn hướng và góc xung kích phụ thuộc vào sự biến đổi của các tham số hình học, động học của giá chuyển hướng toa xe.

➤ Từ giá trị của lực dẫn hướng và góc xung kích xác định được chỉ tiêu an toàn chống trật ray Y/Q và cự ly tiếp xúc trước dựa trên các thông số hình học của bộ trục bánh xe □

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Lê Văn Doanh (1990). *Nâng cao tính ổn định chống trật bánh của toa xe Việt Nam*. Luận án Phó tiến sĩ tại Nga.
- [2]. Lê Văn Doanh, Nguyễn Trung Hiếu (2013). *Nghiên cứu ảnh hưởng của tham số kết cấu và tham số động học tới tính ổn định chuyển động rấn bò của giá chuyển hướng toa xe khách*, Đề tài nghiên cứu khoa học cấp trường mã số T2013-CK-27.
- [3]. Nguyễn Trung Hiếu (2015). *Nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số hình học và động học đến an toàn chống trật ray đầu máy toa xe vận dụng trên Đường sắt Việt Nam*, Đề tài nghiên cứu khoa học cấp trường mã số T2015-CK-32.
- [4]. Lã Ngọc Khuê (2015). *Động lực học vận hành của đầu máy toa xe*, Nhà xuất bản Bách khoa Hà Nội.

### LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải trong đề tài mã số T2024CK-015

---

## RESEARCH ON THE CHANGE OF GUIDING FORCE AND IMPACT ANGLE WHEN METRO WAGON ENTERING CURVE

Hieu Trung Nguyen\*, Tham Van Mai

University of Transport and Communications, 3 Cau Giay, Ha Noi, Vietnam

### ARTICLE INFOR

TYPE: Research Article

Received: 05/10/2024

Revised: 20/11/2024

Accepted: 28/11/2024

\* Corresponding author:

Email: hieudmtx@utc.edu.vn

---

### ABSTRACT

*The paper applies math theoretical basis passed curves dynamics of the metro wagon taking into account the elasticity of the horizontal rails to determine the influence of the several dynamic parameters to the guiding effort and angle of attack of metro wagon on a curve, as the basis for assessing the stability anti derailment and the wheel flange abrasion.*

**Keywords:** *derailment, guiding effort, Angle of attack*

---

@ Vietnam Mining Science and Technology Association